

**ВОПРОСЫ ПО АНАЛИЗУ**  
(астрономы, 3-й семестр, 2024/25 уч. г.)

А. А. Лодкин

1. \* Теорема о дифференцируемости обратного отображения.
2. \* Теорема о гладкости обратного отображения.
3. \* Теорема о неявной функции.
4. \* Теорема о неявном отображении.
5. \* Функциональная зависимость функций.
6. \* Геометрический смысл ранга матрицы Якоби.
7. Три способа локального задания поверхности.
8. Условные экстремумы. Определение и геометрическая мотивировка ответа.
9. \* Теорема об условном экстремуме. Множители Лагранжа.
10. Вывод распределения Гиббса (*по пособию с сайта*).
11. Гладкая зависимость корней многочлена от коэффициентов.
  
12. Равномерная сходимость последовательности функций. Примеры.
13. Теорема о непрерывности предельной функции.
14. Полнота пространства  $C[a, b]$ .
15. Предельный переход под знаком производной и интеграла.
16. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Формулировка признаков равномерной сходимости Абеля и Дирихле.
17. Непрерывность суммы ряда, почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
18. Пределы и ряды в комплексной области.
19. Верхний и нижний пределы последовательности. Теорема о трех пределах.
20. Теорема о множестве частичных пределов.
21. Обобщенный признак Коши.
22. Степенные ряды. Теорема об области сходимости.
23. Равномерная сходимость степенного ряда.
24. Непрерывность и дифференцируемость суммы степенного ряда.
25. Почленное интегрирование степенных рядов.
26. Ряды Тейлора. Две леммы. Разложение функций  $\exp, \sin, \cos$ .
27. Разложение логарифмической и степенной функций.
28. Экспонента и тригонометрические функции на комплексной плоскости.
29. Логарифм комплексного аргумента и его главное значение.
30. Понятие непрерывной ветви логарифма и корня.
31. Применения степенных рядов.
  
32. Интеграл от дифференциальной формы по пути и его свойства.
33. Точные формы и интегралы от них.
34. Замкнутые формы. Дифференциальное условие замкнутости.
35. Первообразная вдоль пути.
36. Неизменность интеграла от замкнутой формы при деформации пути.
37. Интеграл от комплексной формы как предел римановых сумм. Оценка интеграла.
38. Голоморфные функции. Условия Коши – Римана. Свойства, примеры.
39. Теорема Коши для голоморфной функции.

40. Варианты теоремы Коши для ориентированной границы компакта и для почти голоморфной функции.
41. Интегральная формула Коши.
42. Разложение голоморфной функции в ряд Тейлора в круге.
43. Неравенство Коши. Целые функции. Теоремы Лиувилля и Даламбера.
44. Понятие аналитической функции.
45. Теорема о среднем.
46. Гармонические функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной/мнимой части.
47. Эквивалентность голоморфности, аналитичности и замкнутости формы  $f(z)dz$ , теорема Мореры.
48. Теорема об исчезновении аналитической функции.
49. Изолированность нулей аналитической функции и продолжение тождеств. Понятие аналитического продолжения.
50. Ряды Лорана: их область сходимости и свойства суммы.
51. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана в кольце.
52. Классификация изолированных особых точек.
53. Формулировка Теоремы Пикара. Теорема Сохоцкого.
54. Вычеты. Расширенная комплексная плоскость и сфера Римана. Вычет в бесконечности.
55. Вычеты. Вычисление вычетов в полюсах.
56. Теорема о вычетах.
57. Мероморфные функции. Теорема о функции, мероморфной в  $\bar{\mathbb{C}}$ .
58. Логарифмический вычет. Число нулей и полюсов.
59. Теорема Руше. Пример (основная теорема алгебры).
60. Поведение голоморфной функции в окрестности кратной точки.
61. Однолистные функции. Принцип максимума модуля.
62. Понятие о конформном отображении. Дифференциальное условие конформности.
63. Дробно-линейные отображения.

*Примечание.* Знак \* означает, что сдавшие коллоквиум могут сообщить лишь формулировки, относящиеся к соответствующему вопросу, опуская доказательства.

1. На экзамене студенту предлагаются три вопроса: задача и, в случае ее решения, два вопроса по теории. Студенты, отчитавшиеся по контрольным и домашним заданиям, от первого вопроса освобождаются.
2. Знак \* означает, что сдавшие коллоквиум могут сообщить лишь формулировки, относящиеся к соответствующему вопросу, опуская доказательства.

Интернет-адрес этой программы: <https://analysis.spbu.ru/members/lodkin/astro/2023-2025/ast3-24.pdf>