1979 г. июль—август *т. 34, вып. 4 (208)*

УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

БОРИС ЗАХАРОВИЧ ВУЛИХ

Некролог

1 сентября 1978 г. скоропостижно скончался известный советский математик, заведующий кафедрой математического анализа Ленинградского университета Борис Захарович Вулих.

Б. З. Вулих родился в Ленинграде 13 февраля 1913 г. в семье профессора математики Захара Захаровича Вулиха. В 1936 г. окончил математико-механический факультет Ленинградского университета, в 1938 г. — аспирантуру там же. В 1938 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1945 г. — докторскую диссертацию.

Тридцать лет (с перерывами) отдал Б. З. Вулих преподаванию на кафедре математического анализа в Ленинградском пединституте им. А. И. Герцена, а в 1957—1963 гг. он заведовал этой кафедрой. В 1941—1942 гг. Б. З. Вулих находился в рядах действующей Советской Армии. После этого он преподавал в военных учебных заведениях, а в 1947—1957 гг. возглавлял кафедру математики в Военно-морской Академии им. А. Н. Крылова. С 1963 г. и до конца своей жизни Б. З. Вулих — заведующий кафедрой математического анализа Ленинградского университета им. А. А. Жданова.

Научные интересы Бориса Захаровича сформировались в тридцатых годах в Ленинградской математической школе теории функций вещественной переменной и функционального анализа. Первые студенческие работы Б. З. Вулиха [1], [3] были посвящены дескриптивной теории функций.

Однако вскоре внимание Б. З. Вулиха полностью поглотили проблемы функционального анализа, сначала в его банаховом направлении, а затем в новом только что возникшем в работах Л. В. Канторовича — теории линейных упорядоченных пространств. На стыке этих двух направлений находятся работы 30-х годов [2], [4], [6], [11], [12], в которых введено новое интересное понятие пространства с нормой, определенной не только для отдельных элементов, но и для их «комплексов». Такая норма комплекса позволила описать в классических функциональных пространствах сходимости, отличные от сходимости по норме, но играющие не менее важную роль и совпадающие со сходимостью по упорядочению. Это обстоятельство облегчило исследование некоторых классов операторов в упорядоченных пространствах. Этой же цели послужила созданная Борисом Захаровичем конструкция интеграла Стилтьеса для функций со значениями в K-пространстве [16].

Среди большого цикла работ Б. З. Вулиха, посвященных аналитическому представлению линейных операторов, особо важное место занимает его работа [8] (совместная с Л. В. Канторовичем). Основным ее результатом была теорема, которую теперь часто называют теоремой Канторовича — Вулиха и которая послужила отправной точкой для исследований многих авторов: общий вид (bo)-линейного оператора U из L^p в L^q $(1 \leqslant p < \infty,\ 1 \leqslant q \leqslant \infty)$ дается формулой

$$(Ux)(s) = \int_0^1 K(s, t)x(t)dt,$$

где ядро $K(s, t)$ — измеримая функция двух переменных, а $\| U \|_0^0 = \| \| K \|_{L^{p'}} \|_{L^q}$. В этой и других работах [5], [7], [9], [16], [27] были даны аналитические представления для широких классов линейных операторов, в частности непрерывных, с использованием аппарата интегралов от абстрактных функций.

В ряде работ Б. З. Вулиха [17], [18], [21], [26], [34] изучались линейные мультипликативные операторы и функционалы в K-пространствах, был описан их общий вид, найдены их характеристические свойства и дано их интегральное представление. В частности, было показано, что в классических пространствах такой оператор действует по формуле

$$(Ux)(s) = x(\varphi(s)),$$

где φ — измеримое преобразование отрезка, удовлетворяющее подходящим условиям. В [20] и [25] Б. З. Вулих получил важнейшую теорему о представимости любого порядково непрерывного функционала на K-пространстве в интегральной форме. Этот факт является одним из важнейших в теории упорядоченных пространств и в ее приложениях. В [21], [22], [26] Б. З. Вулих изучал введенные им дизъюнктные операторы, т. е. операторы, переводящие дизъюнктные элементы в дизъюнктные ($| x | \wedge | y | = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow | U(x) | \wedge | U(y) | = 0$) как линейные, так и нелинейные. Он изучил их свойства, рассмотрел вопрос об их интегральном представлении и об условиях мультипликативной представимости линейных дизъюнктных операторов. Любопытно заметить, что интерес к дизъюнктным операторам резко возрос в 70-е годы.

Исключительно большое значение в теории упорядоченных пространств имеют вопросы реализации архимедовых векторных решеток в виде векторных решеток непрерывных расширенных функций на топологических пространствах. Б. З. Вулих является одним из создателей теории реализации [23], [29], [33]. Исследования по реализациям послужили отправным пунктом для большого цикла работ и в значительной степени предопределили направление развития всей теории векторных решеток в последующие годы. Любопытно отметить, что теория реализаций банаховых решеток, развитая в 70-х годах в работах западногерманской школы X. Шеффера, без особого труда может быть выведена из одной реализационной теоремы Б. З. Вулиха [33], хотя в [33] и нет соответствующих постановок задачи. Реализация позволила дать простую конструкцию для построения непрерывных функций от элементов векторной решетки [33]. Было доказано, что классом всех функций, инвариантных относительно выбора реализаций, является класс всех положительно однородных функций. Исследования, связанные с реализациями, стимулировали появление топологической работы [31], посвященной распространению непрерывных функций.

Каждой реализации архимедовой векторной решетки соответствует частичное умножение. Изучению частичных умножений в векторных решетках посвящен ряд работ Б. З. Вулиха [14], [15], [19], [25], [26], [32], [34], [38]. Он провел детальное изучение частичных умножений, дал ряд характеристик реализационных частичных умножений. К примеру, им доказано, что в K-пространстве с единицей 1 реализационным частичным умножением является всякая ассоциативная, дистрибутивная, положительная операция $x, y \to xy$, для которой 1 является единицей умножения, если из существования xy вытекает существование x_1y_1 при $| x_1 | \leqslant | x |$, $| y_1 | \leqslant | y |$. Интересно отметить, что частичные умножения в общей алгебре стали изучаться гораздо позднее. Хотя исследования Б. З. Вулиха по частичным умножениям носили в значительной степени алгебраический характер, сам Б. З. Вулих начал эти исследования, имея в виду их приложения к функциональному анализу; о некоторых из них говорилось выше.

Большое значение имеет цикл работ [37], [39], [40], выясняющий связь между теорией самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве и теорией линейных упорядоченных пространств. Оказалось, что некоторые тонкие результаты о самосопряженных операторах можно получить в качестве следствий из общей теории этих пространств. В основе этого лежит следующая известная теорема Б. З. Вулиха: всякое сильно замкнутое кольцо ограниченных самосопряженных операторов есть K-пространство ограниченных элементов. В этих исследованиях существенную роль играла теория меры со значениями в булевой алгебре [37].

Теории нормированных решеток посвящены работы [35], [45] и [49]. В [35] Б. З. Вулихом были получены фундаментальные результаты о погружении нормированной решетки во второе сопряженное. Несмотря на то, что работе [35] предшествовали работы Т. Огасавары и М. Накамуры на ту же тему, лишь Б. З. Вулих придал законченную форму всем результатам. В работе [45] Б. З. Вулих выяснил, какие свойства миниэдрального воспроизводящего конуса X_+ в нормированном пространстве X ответственны за то, чтобы после введения эквивалентной нормы X можно было превратить в нормированную решетку (с теми или иными свойствами).

Теории векторных решеток были посвящены две монографии Б. З. Вулиха: «Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах» [27] (написанная совместно с Л. В. Канторовичем и А. Г. Пинскером и опубликованная в 1950 г.) — первое полное и систематическое изложение теории и «Введение в теорию полуупорядоченных пространств» [42] (опубликована в 1961 г.). Благодаря своему высокому научному уровню и методическим достоинствам последняя монография способствовала широкому ознакомлению математиков с теорией упорядоченных пространств. До настоящего времени эта монография не превзойдена и служит настольной книгой для всех интересующихся этой теорией. В 1967 г. монография была переведена на английский язык [58].

В последние годы жизни основные интересы Б. З. Вулиха были направлены на общую теорию нормированных пространств с конусами (не обязательно являющихся векторными решетками относительно индуцированного порядка). Кроме уже упомянутой работы [45], этому направлению теории упорядоченных пространств были посвящены работы Б. З. Вулиха [46], [50], [52], [65] (совместная с И. Ф. Даниленко), [71], [72] (совместная с О. С. Корсаковой), а также монография о пространствах с конусами, вышедшая в двух частях [78], [80]. В этой монографии Борис Захарович дал исчерпывающий обзор состояния вопроса по различным свойствам порядка и топологии в упорядоченных нормированных пространствах. В монографии нашли отражение основные результаты цитированных в этом абзаце работ Б. З. Вулиха и содержались некоторые новые результаты Б. З. Вулиха (а также и его учеников).

Наряду с вышеперечисленными монографиями большой популярностью пользуются и другие книги Б. З. Вулиха: «Введение в функциональный анализ» [41], [51], рассчитанная на широкий круг читателей и переведенная на немецкий, английский и японский языки, «Краткий курс теории функций вещественной переменной» [48], [74], переведенная на английский язык, и др. Б. З. Вулих был выдающимся педагогом и присущее ему методическое мастерство, ясность и доступность изложения, сочетающиеся с высокой научностью и логической завершенностью, были характерны не только для его книг, но и для всей его педагогической и литературной деятельности.

Созданный в конце 50-х годов и все эти годы руководимый Б. З. Вулихом семинар по теории упорядоченных пространств был центром всех исследований ленинградских математиков в этом направлении и привлекал внимание многих математиков из различных городов Советского Союза и зарубежных математиков.

Многолетняя плодотворная и многогранная научная деятельность Бориса Захаровича в области функционального анализа и смежных областей современной математики обогатила науку идеями и результатами большого значения, привела к открытию новых путей и направлений, а также методов исследований. Б. З. Вулих имел много учеников. Ученики, а также многочисленные его последователи продолжают исследования, начатые Б. З. Вулихом.

Как человек Б. З. Вулих всегда отличался доброжелательностью, высокой культурой, разносторонними интересами. Его светлый образ навсегда сохранится в памяти всех, кто его знал.

А. И. Векслер, Д. А. Владимиров, М. К. Гавурин, Л. В. Канторович, С. М. Лозинский, А. Г. Пинскер, Д. К. Фаддеев

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ Б. З. ВУЛИХА [1]

53. Теория пределов и некоторые ее приложения, Математика в школе (метод. сборник) вып. 2 (1947), 45—82.
54. Векторный анализ и начала тензорного исчисления, изд. ВМАКВ им. А. Н. Крылова, 1956.
55. Издание книги [28] на китайском языке, часть I (1958), часть II (1960).
56. Einführung in die Funktionalanalysis, Teubner Ugs. (Издание книги [41] на нем. языке. Часть I, 1961, часть II, 1962.)
57. Лекции по теории функций вещественной переменной (мера и интеграл Лебега), Издание ЛГПИ им. А. И. Герцена, 1962.
58. Introduction to Functional Analysis for scientist and technologists, Pergamon Press, 1963. (Издание книги [41] на англ. языке.)
59. Исидор Павлович Натансон (некролог), УМН 20:1 (1965), 171—175 (совм. с М. К. Гавуриным и С. М. Лозинским).
60. Арон Григорьевич Пинскер (к шестидесятилетию со дня рождения), УМН, 21:6 (1966), 169, 170 (совм. с Д. А. Владимировым и Л. В. Канторовичем).
61. Introduction to the theory of partially ordered spaces, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1967. (Издание книги [43] на англ. языке.)
62. Замечания о пополнении нормированных структур, Colloquim. Mathem. 21:1 (1970), 101—102.
63. Математический анализ (Числовые ряды. Интегральное исчисление для функций одной переменной. Функциональные ряды). Изд-во ЛГУ, 1970 (совм. с З. Д. Коломойцевой и Г. П. Сафроновой).
64. Функциональный анализ. Общие вопросы и некоторые приложения. В кн. «Математика в Петербургском — Ленинградском университете», Л., Изд-во ЛГУ, 1970, 112—128.
65. Об одном способе частичного упорядочения нормированного пространства, Вестн. ЛГУ, № 19 (1970), 18—22 (совм. с И. Ф. Даниленко).
66. О построении курса математического анализа в педагогических институтах, Уч. зап. ЛГПИ им. А. И. Герцена, I, **404** (1971), 79—133, II, **464** (часть 1) (1970), 3—80; III, 496 (часть 2) (1972), 143—199.
67. О представлении вполне линейных и регулярных функционалов в полуупорядоченных пространствах, Матем. сб. **84**:3 (1971), 331—352 (совм. с Г. Я. Лозановским).
68. Издание книги [51] на японск. языке, изд. Сого Тосио, часть I, 1971.
69. Марк Константинович Гавурин (к 60-летию со дня рождения), Вестн. ЛГУ, № 1 (1972), 157—159 (совм. с А. Н. Балуевым, И. П. Мысовских и И. В. Романовским).
70. Леонид Витальевич Канторович (к 60-летию со дня рождения), УМН **27**:3 (1972), 221—225 (совм. с М. К. Гавуриным, А. Н. Колмогоровым, Ю. В. Линником, В. Л. Макаровым, Б. С. Митягиным, А. Г. Пинскером, Г. С. Рубинштейном, и Д. К. Фаддеевым).
71. Описание сходимости по норме в порядковых терминах, Каб.-Балк. ун-т, физ.-мат. фак., Межвуз. научн. конф., посвящ. 50-летию образования СССР (научн. сообщ.), Нальчик, вып. 3 (1972), 121.
72. О пространствах, в которых сходимость по норме совпадает с порядковой сходимостью, Матем, зам. **13**:2 (1973), 259—268 (совм. с О. С. Корсаковой).
73. Рецензия на книгу В. Люксембурга и А. Заанена «Пространства Рисса». Том I, Новые книги за рубежом, вып. 6 (1973), 15—18.
74. Краткий курс теории функций вещественной переменной. Введение в теорию интеграла, Изд. второе, перераб. и дополн. М., «Наука», 1973, 1—352.
75. Сергей Михайлович Лозинский (к 60-летию со дня рождения), УМН **30**:2 (1975), 229—233 (совм. с И. П. Мысовских и Г. И. Натансоном).

---

[1]) Начало списка см. в «Математика в СССР за сорок лет 1917—1957», с. 148, 149 и в «Математика в СССР. 1958—1967», с. 271.

76. Евгений Сергеевич Ляпин (к 60-летию со дня рождения) УМН 30:3 (1975), 187—191 (совм. с И. И. Будико, В. В. Вагнером, Л. М. Глускиным, А. Е. Евсеевым, Д. К. Фаддеевым и Л. Н. Шевриным).
77. A brief Course in the theory of Functions of a Real Variable (An introduction to the theory of the integral). Издание книги [74] на англ. языке (с некоторыми дополнениями), М., «Мир», 1976.
78. Введение в теорию конусов в нормированных пространствах, Изд-во Калинин. ун-та 1977, 1—84.
79. Григорий Яковлевич Лозановский (некролог), УМН 33:1 (1978), 199—202 (совм. с А. В. Бухваловым, А. И. Векслером, Д. А. Владимировым, Л. В. Канторовичем, С. М. Лозинским, Е. М. Семеновым).
80. Специальные вопросы геометрии конусов в нормированных пространствах, Изд-во Калинин. ун-та, 1978, 1—84.