

Октябрь 2024 г.

Программа коллоквиума по анализу
(ПМ + механики, 1-й семестр)

А. А. Лодкин

Введение

1. Греческий алфавит (узнавать и правильно называть буквы).
2. Высказывания, кванторы, логические операции.
3. Множества и операции над множествами. Примеры.
4. Отображения: образ, прообраз, инъективность, сюръективность, график.
5. Композиция отображений, обратное отображение.
6. Аксиомы вещественных чисел.
7. Supremum, infimum, maximum, minimum. Их существование.
8. Натуральные числа, принцип индукции. Неравенство Бернулли.
9. Неограниченность множества натуральных чисел. Принцип Архимеда и следствие из него.
10. Существование $\sqrt{2}$.
11. Иррациональность $\sqrt{2}$.
12. Теорема о вложенных отрезках.
13. Плотность множества рациональных чисел на числовой прямой.
14. Представимость вещественных чисел бесконечными дробями по основанию p .
15. Эквивалентные множества. Понятие о мощности. Конечные и счётные множества. Примеры счётных множеств.
16. Счётность $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ и \mathbb{Q} .
17. Несчётность множества \mathbb{R} .

Теория пределов

18. Окрестности. Точка сгущения. Примеры.
19. Определение предела функции на языке окрестностей и на языке неравенств.
20. Расширенная числовая прямая. Пределы в $\overline{\mathbb{R}}$.
21. Последовательность и ее предел.
22. Единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел.
23. Локальный характер определения предела. Стабилизация знака.
24. Предельный переход в неравенстве и принцип «двух полицейских».
25. Бесконечно малые, их свойства.
26. Арифметические операции над пределами.
27. Неопределенности при вычислении пределов.
28. Вычисление $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
29. Определение предела функции на языке последовательностей.
30. Предел монотонной функции (последовательности).
31. Приближенное вычисление \sqrt{A} .
32. Число e .

Адрес этой программы в интернете:

<https://analysis.spbu.ru/members/lodkin/pm/2024-26/>